Physique - PH1

Chapitre 7 :
Chute libre

Hervé Guillou

Année universitaire 2021/2022

Objectifs pédagogiques du chapitre

- manipuler la relation fondamentale de la dynamique, seconde loi de Newton

- Mouvement plan (2D)

- Exemple

Plan du chapitre

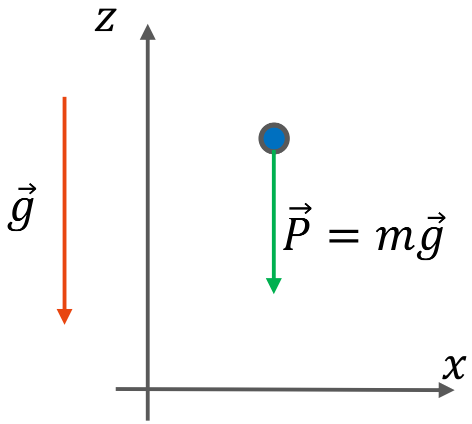
- Expression et intégration de la rfd

- exemples

Chapitre 7 : chute libre

1. Relation fondamentale de la dynamique

RFD ou 2nd loi de Newton $$\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}}$$



$$\vec{g} = -g\vec{k}$$
$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m\,a_x = 0 \\ m\,a_y = 0 \\ m\,a_z = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

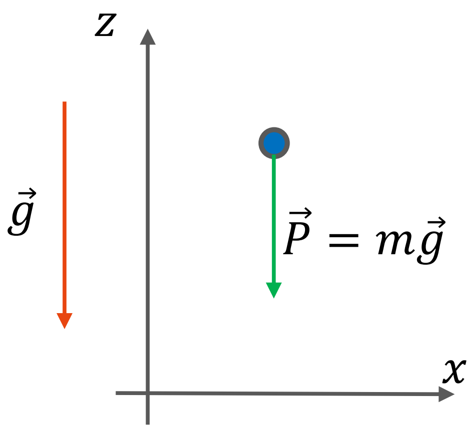
$\Rightarrow$ On va intégrer l'accélération par au temps afin d'avoir la vitesse $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Chapitre 7 : chute libre

1. Relation fondamentale de la dynamique

RFD ou 2nd loi de Newton

$$\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}}$$



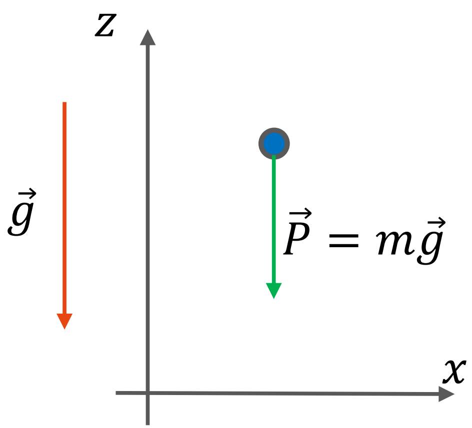
$$\vec{g} = -g\vec{k}$$
$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m\,a_x = 0 \\ m\,a_y = 0 \\ m\,a_z = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) - v_x(0) = 0 \\ v_y(t) - v_y(0) = 0 \\ v_z(t) - v_z(0) = -gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases}$$

Chapitre 7 : chute libre

1. Relation fondamentale de la dynamique



$$\vec{g} = -g\vec{k}$$
$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$

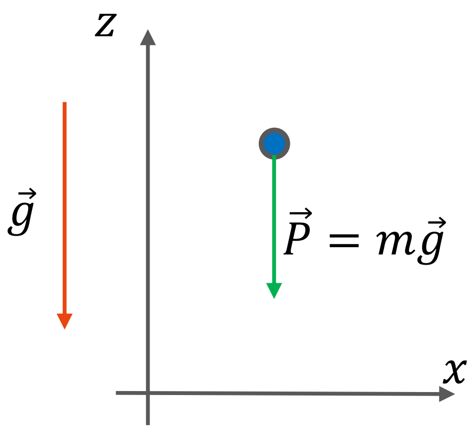
$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow$$

On intègre par rapport au temps pour avoir la position

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x(0) \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y(0) \\ \dfrac{dz}{dt} = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) - x(0) = v_x(0)t \\ y(t) - y(0) = v_y(0)t \\ z(t) - z(0) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Chapitre 7 : chute libre

1. Relation fondamentale de la dynamique



$$\vec{g} = -g\vec{k}$$
$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

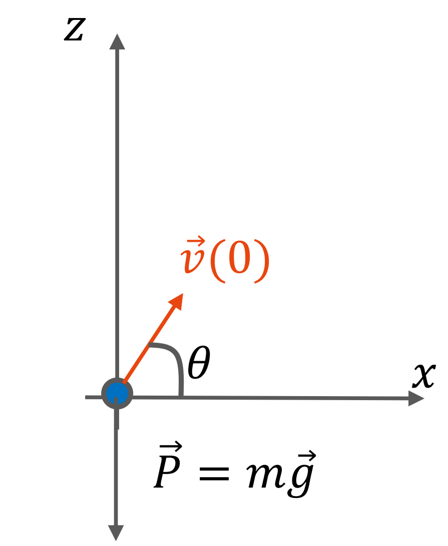
- Les conditions initiales sur la vitesse sont colorées en rouge
- Les conditions initiales sur la position sont colorées en vert

➡ Dans nos exemples, exercice ou contrôles continus, on se placera toujours dans un plan (xOz), on aura toujours $v_y(0) = 0$ et $y(0) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Chapitre 7 : chute libre

2. exemple



$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

On tire une bille depuis l'origine avec une vitesse initiale $\vec{v}(0)$ faisant un angle θ avec l'horizontale, déterminer les composantes de la vitesse initiale, la hauteur atteinte, la vitesse du projectile lorsqu'il atteint sont point le plus haut et la portée du tir.

$\vec{v}(0) = v\cos\theta\vec{\imath} + v\sin\theta\vec{k}$ ou $v = |\vec{v}|$.

$$\begin{cases} v_x(t) = v\cos\theta \\ v_z(t) = -gt + v\sin\theta \end{cases}$$

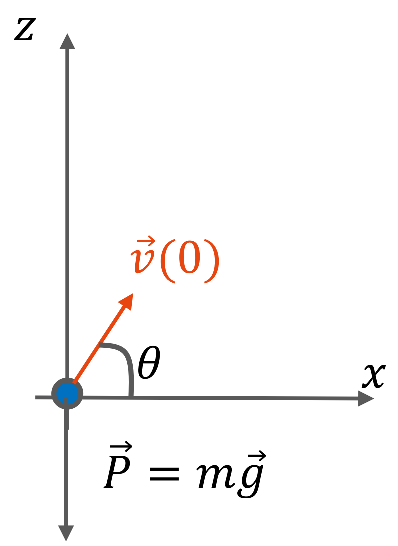
Point le plus haut de la trajectoire (apogée)

$$\begin{cases} x(t) = v\cos\theta\, t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v\sin\theta t \end{cases}$$

- Lorsque le projectile atteint son apogée alors $v_z = 0 \Longrightarrow t = \dfrac{v\sin\theta}{g}$.
- On peut donc en déduire l'apogée : $z_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v\sin\theta}{g}\right)^2 + v\sin\theta \times \frac{v\sin\theta}{g} = \frac{1}{2}\frac{v\sin\theta}{g}$
- La vitesse est uniquement horizontale $|v| = v\cos\theta$

Chapitre 7 : chute libre

2. exemple



$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

On tire une bille depuis l'origine avec une vitesse initiale $\vec{v}(0)$ faisant un angle θ avec l'horizontale, déterminer les composantes de la vitesse initiale, la hauteur atteinte, la vitesse du projectile lorsqu'il atteint sont point le plus haut et la portée du tir.

$\vec{v}(0) = v\cos\theta\vec{\imath} + v\sin\theta\vec{k}$ ou $v = |\vec{v}|$.

$$\begin{cases} v_x(t) = v\cos\theta \\ v_z(t) = -gt + v\sin\theta \end{cases}$$

Point le plus loin de la trajectoire (portée), on suppose que l'axe des x est la surface de la terre par exemple.

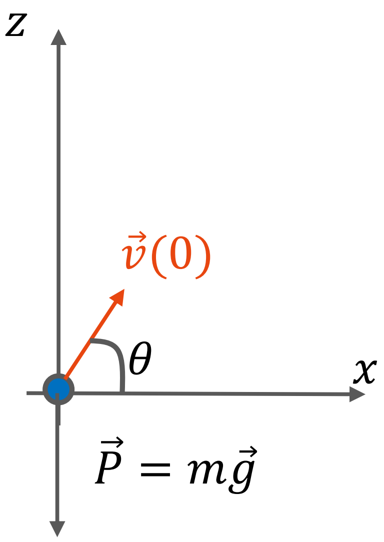
$$\begin{cases} x(t) = v\cos\theta\, t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v\sin\theta t \end{cases}$$

- Lorsque le projectile atteint son point le plus loin $z = 0 \Longrightarrow t = 2\frac{v\sin\theta}{g}$.
- On peut donc en déduire la portée : $x_{max} = v\cos\theta \times 2\frac{v\sin\theta}{g} = \frac{v^2}{g}\sin 2\theta$

$\Rightarrow$ La portée dépend du carrée de la vitesse (~énergie cinétique initiale); si $\theta = \frac{\pi}{4}$ alors la portée est maximale

Chapitre 7 : chute libre

2. exemple



$$\left\{\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{array}\right.$$

On tire une bille depuis l'origine avec une vitesse initiale $\vec{v}(0)$ faisant un angle θ avec l'horizontale, montrer que la trajectoire dans le plan (xOz) est une parabole

$$\left\{\begin{array}{l} v_x(t) = v\cos\theta \\ v_z(t) = -gt + v\sin\theta \end{array}\right.$$

On exprime t en fonction de x et on remplace dans l'équation qui exprime z en fonction de t : $t = \dfrac{x}{v\cos\theta}$

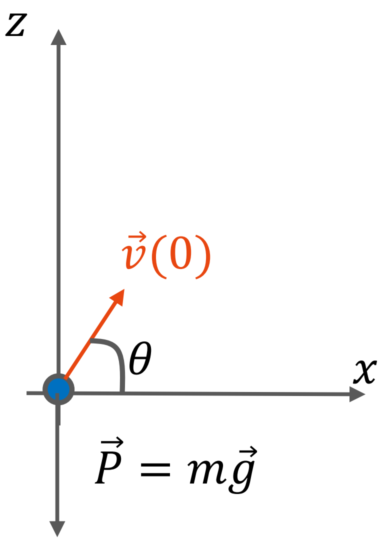
$$\left\{\begin{array}{l} x(t) = v\cos\theta\, t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v\sin\theta t \end{array}\right.$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}\frac{g}{v^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta\, x$$

Ce qui est bien l'équation d'une parabole

Chapitre 7 : chute libre

conclusion



$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

- On peut déduire de ces équations beaucoup de propriétés du mouvement.
- Il faut savoir retrouver ces équations à partir de la RFD
- Il faut bien maitriser les exemples discutés plus ceux qu'on verra en TD et en tutorat

Mentions légales