Physique - PH1

Chapitre 6 : Dynamique

Hervé Guillou

Année universitaire 2021/2022

Objectifs pédagogiques du chapitre

- Introduire la relation fondamentale de la dynamique, seconde loi de Newton
- Importance des conditions Initiales
- Exemple

Plan du chapitre

- Relation fondamentale de la dynamique: 2nd loi de Newton

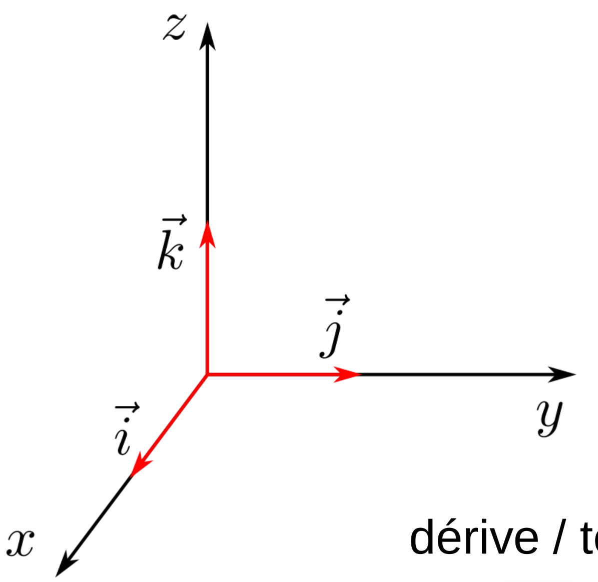
- Intégration

- Exemple simple détaillé

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

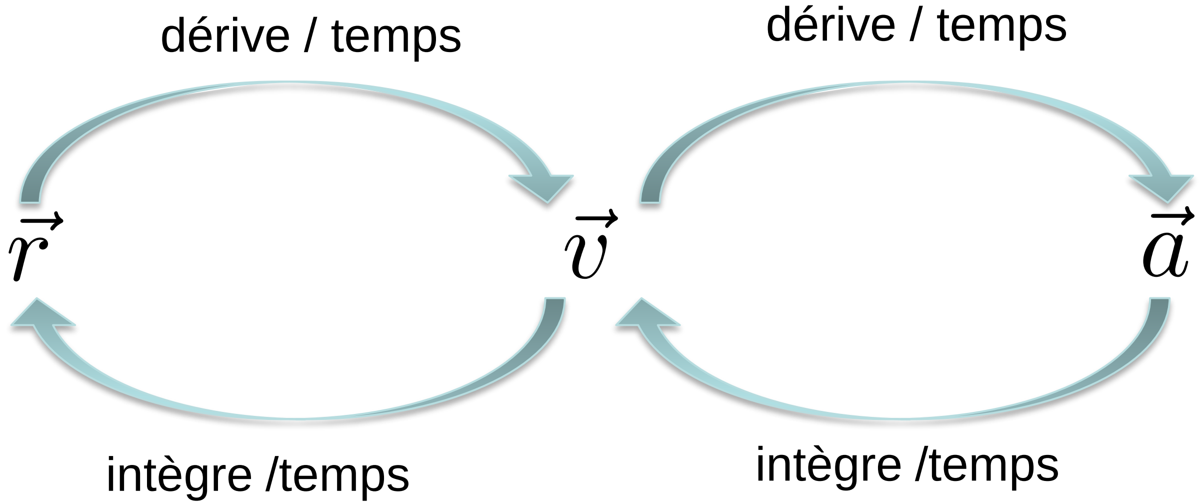
Point de départ: rappel chap 1



$$\vec{r}(t) = \overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\,\vec{\imath} + \dot{y}\vec{\jmath} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{\imath} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{\jmath} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = \ddot{x}\vec{\imath} + \ddot{y}\vec{\jmath} + \ddot{z}\vec{k}$$



Quel lien avec les forces ?

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

RFD ou 2nd loi de Newton

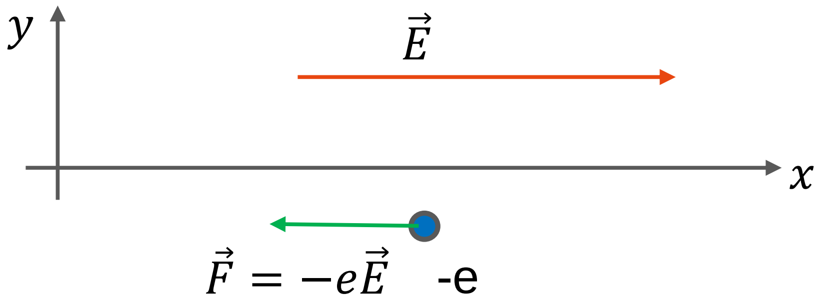
$$\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}}$$

- On parle de point matériel (on oublie les dimensions et répartitions de masse)
- Si on connait l’expression des forces extérieures alors on connait l’accélération et on va pouvoir prédire exactement (avec une précision infinie) le mouvement (la dynamique)
- Si on connait le mouvement avec une précision infinie alors on connait l’accélération et donc on connait les forces

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge –*e*, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{\imath}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



Quel est le mouvement de l'électron, où se trouve-t-il après 1 µs ou après un temps quelconque ?

Seule la force de Coulomb s'exerce sur la charge (on néglige le poids) la relation fondamentale de la dynamique s'écrit donc

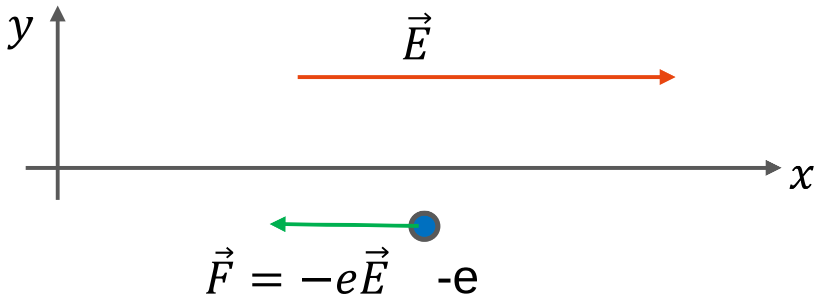
$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = -eE\vec{\imath}$ ⇒ 3 équations sur les coordonnées

$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge –*e*, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{\imath}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = -eE\vec{\imath} \Rightarrow \begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

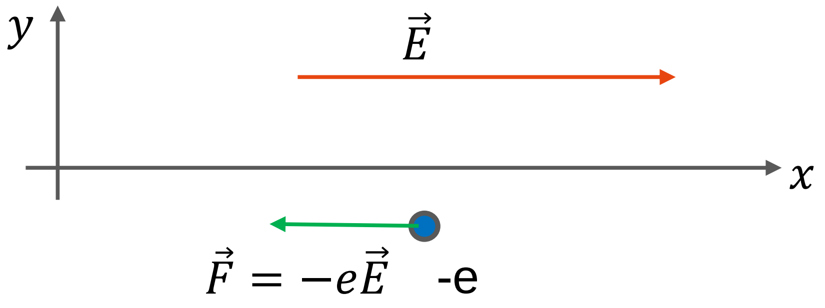
⇒ On va intégrer l'accélération par au temps afin d'avoir la vitesse $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_e \frac{dv_x}{dt} = -eE \\ m_e \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ m_e \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE}{m_e} \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) - v_x(0) = -\frac{eE}{m_e}t \\ v_y(t) - v_y(0) = 0 \\ v_z(t) - v_z(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge –e, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{\imath}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = -eE\vec{\imath} \Rightarrow \begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

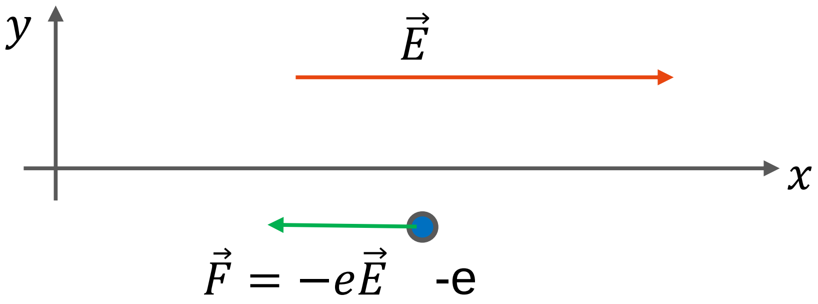
$$\Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

On connait la vitesse à condition de connaitre la valeur de la vitesse à l'instant initial $\Rightarrow$ On va intégrer la vitesse par au temps afin d'avoir la position $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge –*e*, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{\imath}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



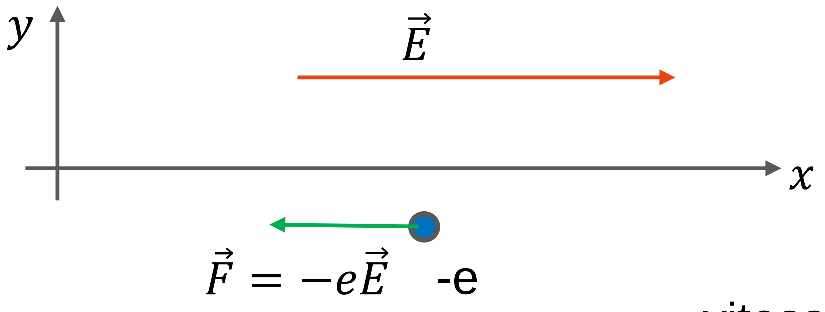
$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y(0) \\ \dfrac{dz}{dt} = v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) - x(0) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t \\ y(t) - y(0) = v_y(0)t \\ z(t) - z(0) = v_z(0)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge –e, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{\imath}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



RFD $\Rightarrow$

$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ vitesse

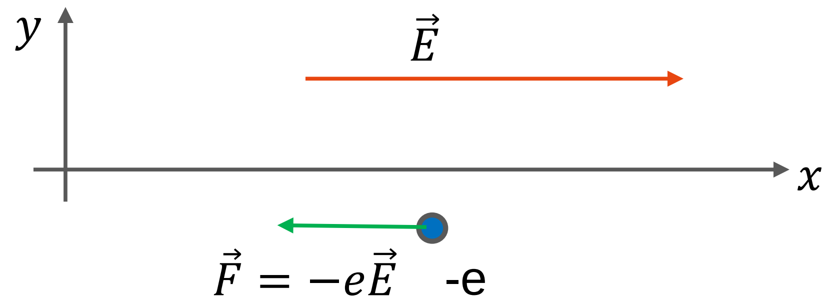
$$\begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ position

$$\begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



vitesse

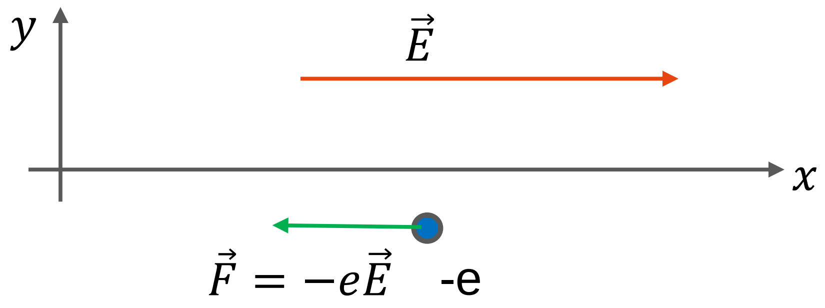
position

RFD $\Rightarrow$ $\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$

La dynamique de l'électron est entièrement déterminée si les valeurs de $v_x(0), v_y(0), v_z(0)$ et $x(0), y(0), z(0)$ sont connues. On les appelles les conditions initiales

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



vitesse

position

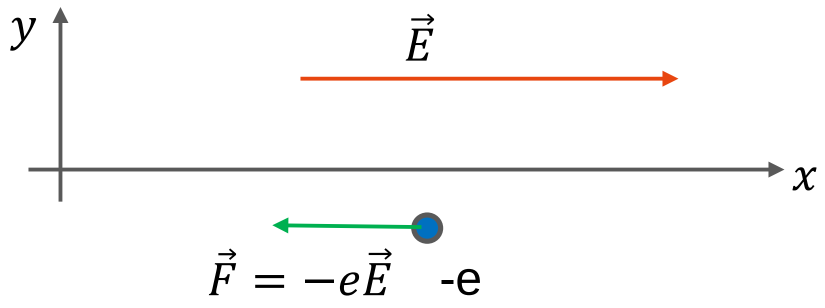
RFD $\Rightarrow$ $\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$

Exemple: à t = 0 l’électron a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$

Exemple: à t = 0 l’électron est à une position : $x\ (0) = 1\ m$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l’axe x.

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



vitesse | position

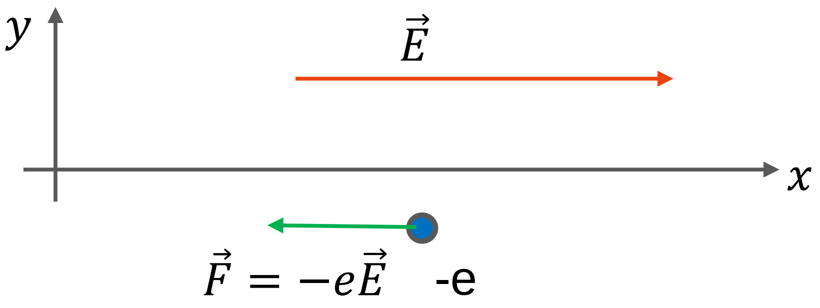
RFD $\Rightarrow$ $\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$

Exemple: à t = 0 l’électron a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$

Exemple: à t = 0 l’électron est à une position : $x\ (0) = 1\ m$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l’axe x.

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



vitesse

position

RFD $\Rightarrow$
$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Exemple à t = 0 l'électron :

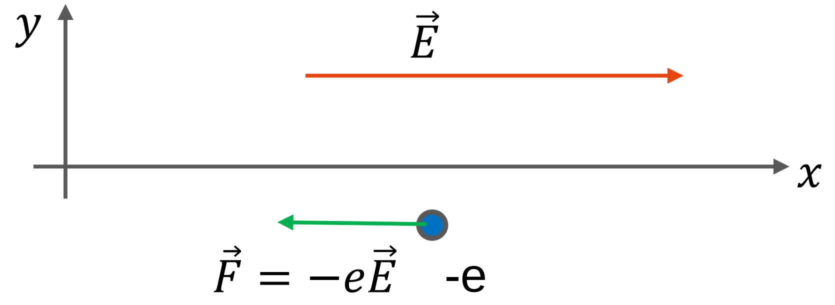
- a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$
- l'électron est à une position : $x\,(0) = 1\,m$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.

position

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e}t^2 + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

3. Exemples



position

RFD $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Exemple à t = 0 l'électron :

- a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$
- l'électron est à une position : $x\ (0) = 1\ m$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

E = 1 V / m , $m_e = 9.1\ 10^{-31}$ kg, e = $1.6\ 10^{-19}$ C

Ou se trouve l'électron après 1 µs ?

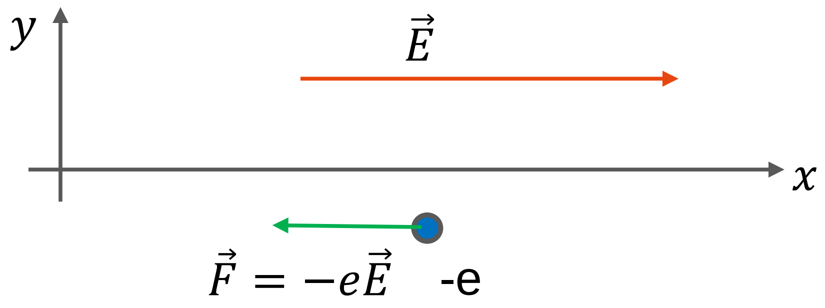
$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e} = \frac{1}{2}\frac{1.6}{9.1} \times \frac{10^{-19}}{10^{-31}} = 0.0879 \times 10^{12} \approx 0.09 \times 10^{12}$ m s^{-2}

$\Rightarrow$ $t^2 = 10^{-12}$ s^2

$$x = 1\ - 0.09 \times 10^{12} \times 10^{-12} = 0.91\ m$$

Chapitre 6 : Dynamique

3. Exemples



RFD $\Rightarrow$ position

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Exemple à t = 0 l'électron :

- a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$
- l'électron est à une position : $x\,(0) = 1\,m$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

E = 1 V / m , m_e = 9.1 10^{-31} kg, e = 1.6 10^{-19} C

Quelle vitesse a l'électron après avoir parcouru 1 m?

A quel temps l'électron aura parcouru 1 m ?

$$x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2m_e}{eE}}$$

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m_e}t$$

$$\Rightarrow \quad v_x = -\frac{eE}{m_e}\sqrt{\frac{2m_e}{eE}} = -\sqrt{2}\sqrt{\frac{eE}{m_e}}$$

Quelle énergie cinétique ? $E_c = \frac{1}{2}m_e v^2$

$\Rightarrow$ $E_c = \; eE = 1.6\;10^{-19}\;\mathrm{J} = 1\;\mathrm{eV}$

$\Rightarrow$ $v = |v_x| = 0.592\;10^6$ ms^{-1}

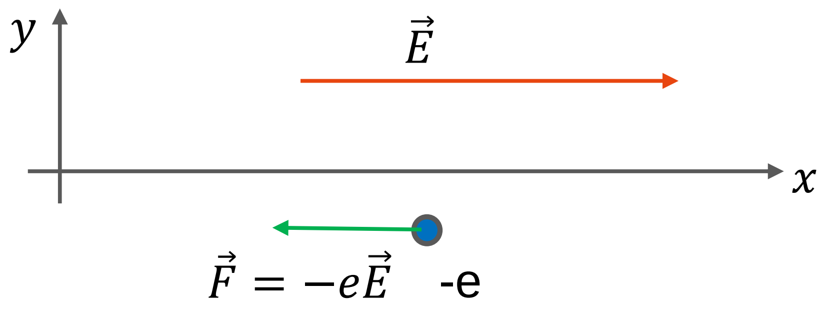
Chapitre 6 : Dynamique

conclusion

- Relation fondamentale de la dynamique: 2nd loi de Newton

$$\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}}$$

- Exemple simple d'une particule chargée, intégration et conditions initiales



vitesse

position

RFD $\Rightarrow \begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\dfrac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m_e} t^2 + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$

Mentions légales