

Chapitre 6 : Dynamique

Hervé Guillou

Objectifs pédagogiques du chapitre

- Introduire la relation fondamentale de la dynamique, seconde loi de Newton
- Importance des conditions Initiales
- Exemple

Plan du chapitre

- Relation fondamentale de la dynamique: 2nd loi de Newton
- Intégration
- Exemple simple détaillé

Chapitre 6 : Dynamique

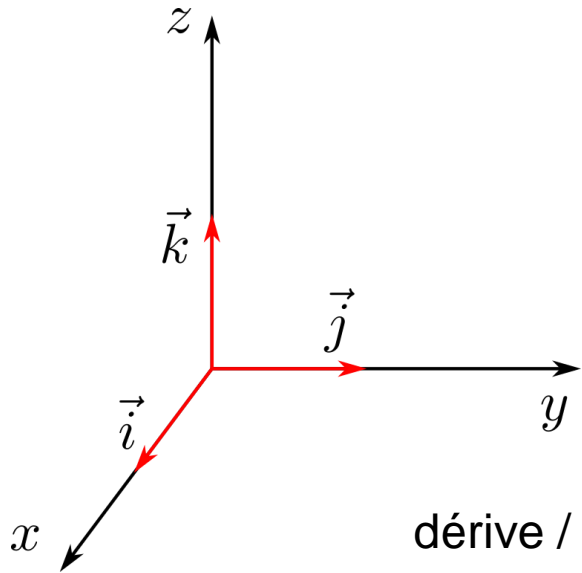
1. Relation fondamentale de la dynamique

Point de départ: rappel chap 1

$$\vec{r}(t) = \overline{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

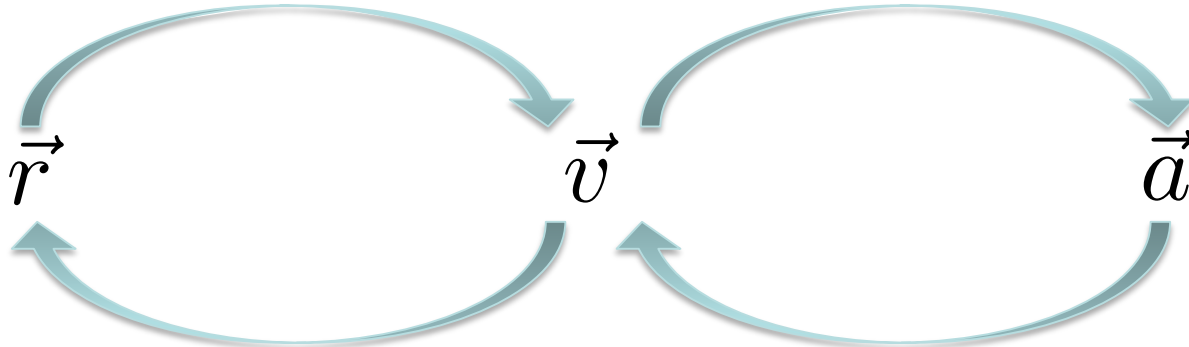
$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$



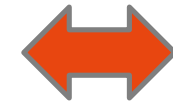
dérive / temps

dérive / temps



intégrer / temps

intégrer / temps



Quel lien avec les forces ?

$$\vec{r}(t) = \overline{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

RFD ou 2nd loi de Newton

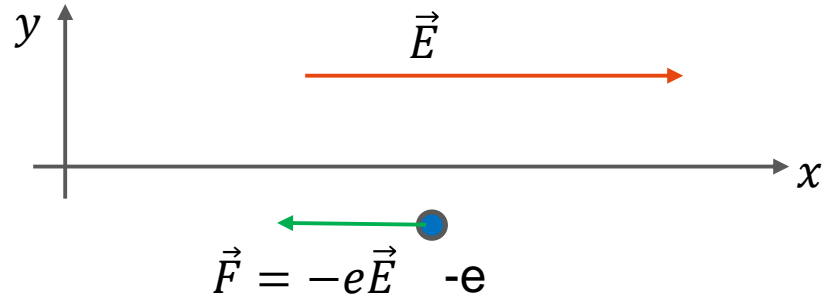
$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

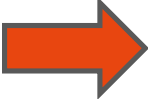
- On parle de point matériel (on oublie les dimensions et répartitions de masse)
- Si on connaît l'expression des forces extérieures alors on connaît l'accélération et on va pouvoir prédire exactement (avec une précision infinie) le mouvement (la dynamique)
- Si on connaît le mouvement avec une précision infinie alors on connaît l'accélération et donc on connaît les forces

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge $-e$, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{i}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



 Quel est le mouvement de l'électron, où se trouve-t-il après $1 \mu\text{s}$ ou après un temps quelconque ?

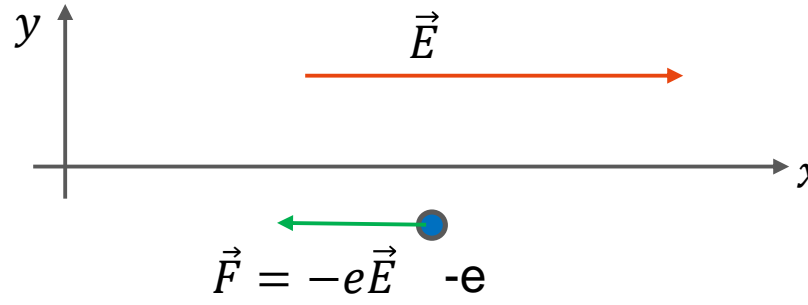
Seule la force de Coulomb s'exerce sur la charge (on néglige le poids) la relation fondamentale de la dynamique s'écrit donc

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = -eE\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{array} \right. \quad \text{3 équations sur les coordonnées}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge $-e$, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{i}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.


$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = -eE\vec{i} \Rightarrow \begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

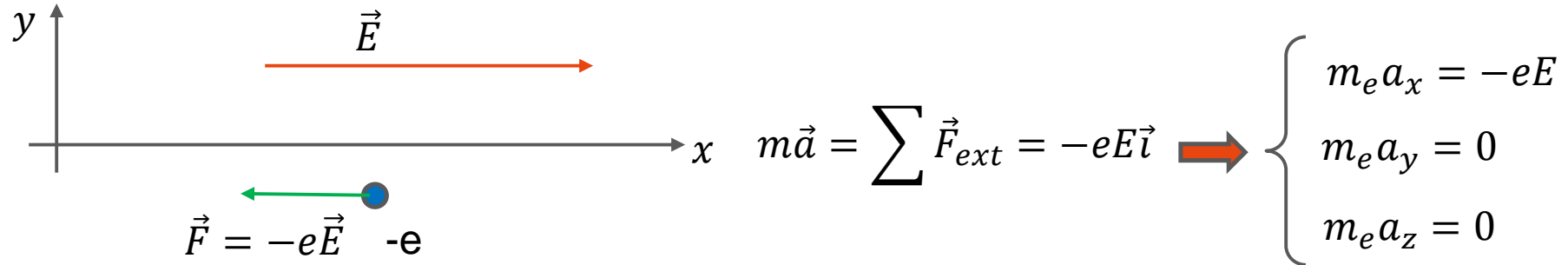
➔ On va intégrer l'accélération par au temps afin d'avoir la vitesse $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\begin{cases} m_e \frac{dv_x}{dt} = -eE \\ m_e \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ m_e \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE}{m_e} \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) - v_x(0) = -\frac{eE}{m_e} t \\ v_y(t) - v_y(0) = 0 \\ v_z(t) - v_z(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge $-e$, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{i}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



$$\begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

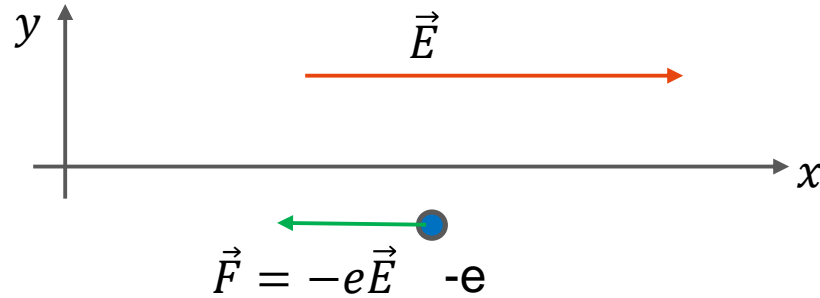
On connaît la vitesse à condition de connaître la valeur de la vitesse à l'instant initial

On va intégrer la vitesse par au temps afin d'avoir la position $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge $-e$, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{i}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



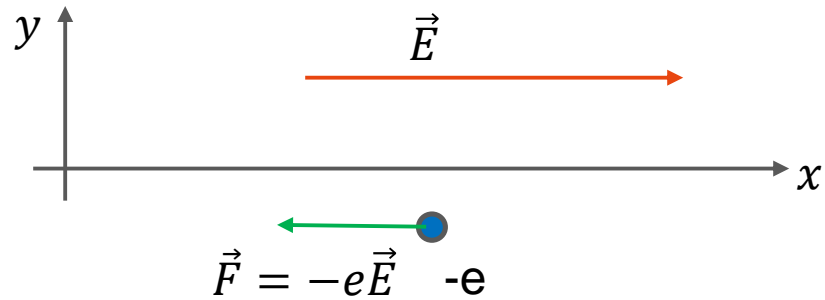
$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ \frac{dy}{dt} = v_y(0) \\ \frac{dz}{dt} = v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) - x(0) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t \\ y(t) - y(0) = v_y(0)t \\ z(t) - z(0) = v_z(0)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

1. Relation fondamentale de la dynamique

Exemple: on considère un électron libre (charge $-e$, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{i}$ (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.



vitesse

position

RFD



$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$



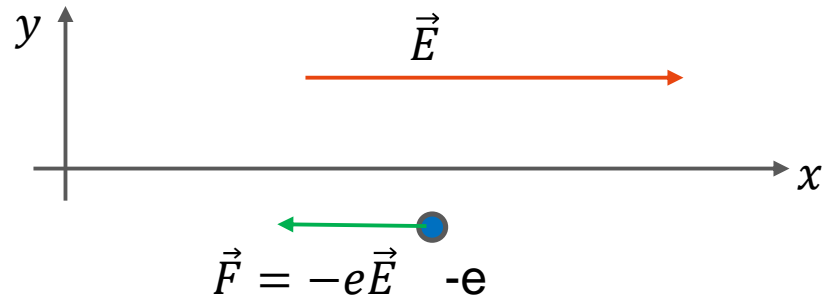
$$\begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$



$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales

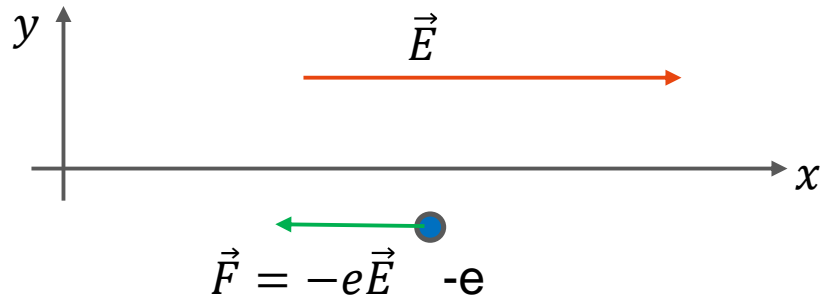


$$\begin{array}{l}
 \text{RFD} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} \text{vitesse} \\ \left\{ \begin{array}{l} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{array} \right. \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} \text{position} \\ \left\{ \begin{array}{l} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{array} \right. \end{array}
 \end{array}$$

La dynamique de l'électron est entièrement déterminée si les valeurs de $v_x(0), v_y(0), v_z(0)$ et $x(0), y(0), z(0)$ sont connues. On les appelle **les conditions initiales**

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



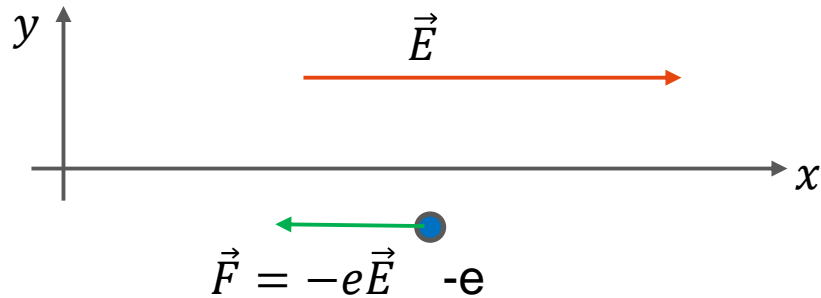
RFD \Rightarrow $\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$ \Rightarrow vitesse $\begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$ \Rightarrow position $\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$

Exemple: à $t = 0$ l'électron a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$

Exemple: à $t = 0$ l'électron est à une position : $x(0) = 1 \text{ m}$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



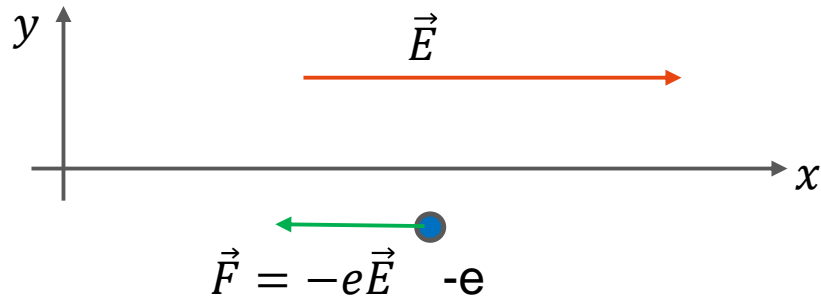
RFD \Rightarrow $\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$ \Rightarrow vitesse $\begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$ \Rightarrow position $\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$

Exemple: à $t = 0$ l'électron a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$

Exemple: à $t = 0$ l'électron est à une position : $x(0) = 1 \text{ m}$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.

Chapitre 6 : Dynamique

2. Conditions initiales



RFD \Rightarrow
$$\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

vitesse

\Rightarrow
$$\begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$$

position

\Rightarrow
$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

position

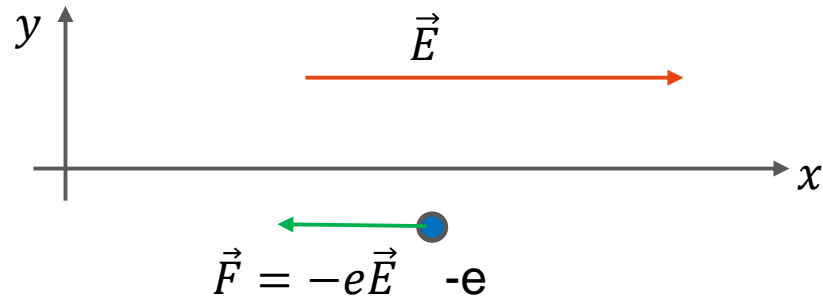
\Rightarrow
$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

Exemple à $t = 0$ l'électron :

- a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$
- l'électron est à une position : $x(0) = 1 \text{ m}$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.

Chapitre 6 : Dynamique

3. Exemples



RFD



position

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Exemple à $t = 0$ l'électron :

- a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$
- l'électron est à une position : $x(0) = 1 \text{ m}$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.



$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

$$E = 1 \text{ V / m}, m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Où se trouve l'électron après $1 \mu\text{s}$?

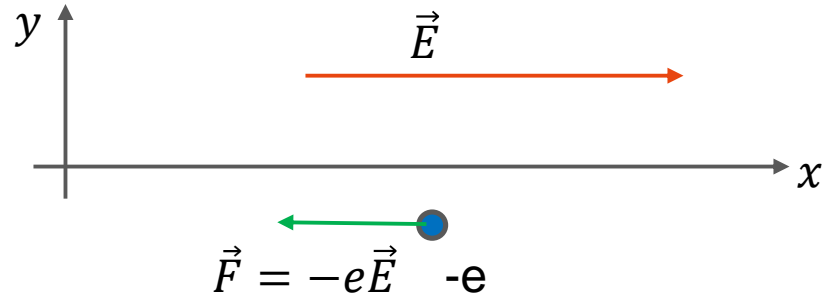
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} = \frac{1}{2} \frac{1.6}{9.1} \times \frac{10^{-19}}{10^{-31}} = 0.0879 \times 10^{12} \approx 0.09 \times 10^{12} \text{ m s}^{-2}$$

$$\Rightarrow t^2 = 10^{-12} \text{ s}^2$$

$$x = 1 - 0.09 \times 10^{12} \times 10^{-12} = 0.91 \text{ m}$$

Chapitre 6 : Dynamique

3. Exemples



RFD



position

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

Exemple à $t = 0$ l'électron :

- a une vitesse nulle: $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$
- l'électron est à une position : $x(0) = 1 \text{ m}$ et $y(0) = z(0) = 0$, il se situe sur l'axe x.



$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

$$E = 1 \text{ V / m}, m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Quelle vitesse a l'électron après avoir parcouru 1 m? A quel temps l'électron aura parcouru 1 m ?

$$x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + 1 = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{2m_e}{eE}}$$

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m_e} t$$

$$v_x = -\frac{eE}{m_e} \sqrt{\frac{2m_e}{eE}} = -\sqrt{2} \sqrt{\frac{eE}{m_e}}$$

Quelle énergie cinétique ? $E_c = \frac{1}{2} m_e v^2$

$$E_c = eE = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}$$

$$v = |v_x| = 0.592 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

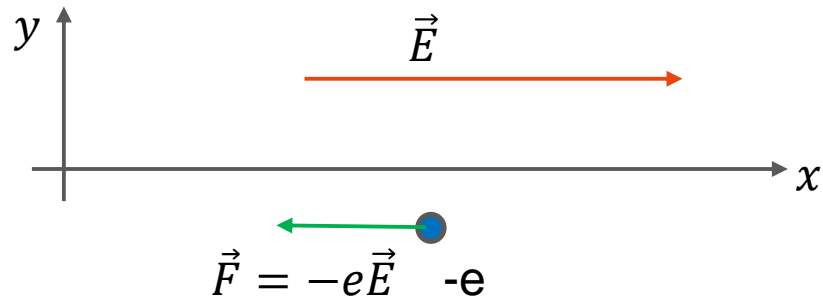
Chapitre 6 : Dynamique

conclusion

- Relation fondamentale de la dynamique: 2nd loi de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

- Exemple simple d'une particule chargée, intégration et conditions initiales



vitesse

position

$$\text{RFD} \Rightarrow \begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$



Mentions légales

L'ensemble de ce document relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle. Tous les droits de reproduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Ce document est interdit à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'Université Grenoble Alpes (UGA).

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Grenoble Alpes (UGA) ou à l'Université Savoie Mont Blanc (USMB), et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.