Chapitre 7 : La chute libre

Chute libre

Diapo 1

Définition	● L’action, le mouvement d’un objet, d’une particule ponctuelletoujours, soumise uniquement à son poids en fonction des conditions initiales.
Caractéristiques	● Dépend de l’orientation de la vitesse initiale. ● Il n’y a pas d’autres forces que le poids et on néglige les frottements.

Objectifs et plan du chapitre

Diapo 2-3

Objectifs pédagogiques du chapitre	Plan du chapitre
• manipuler la relation fondamentale de la dynamique seconde loi de Newton • Mouvement plan (2D) • Exemple	• Expression et intégration de la rfd • exemples

Relation fondamentale de la dynamique

RDF ou 2nd loi de Newton

La masse * l’accélération = somme des forces extérieures.

$$\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}}$$

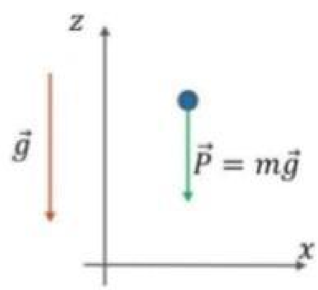
Force verticale et obtention de l’accélération

Une seule force verticale : le poids

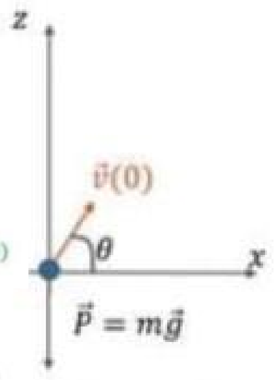
- $\vec{g} = -g\vec{k}$
- $\vec{P} = -mg\vec{k}$

A partir de ça

- $ma_x = 0 \Rightarrow a_x = 0$
- $ma_y = 0 \Rightarrow a_y = 0$
- $ma_z = -mg \Rightarrow a_z = -g$

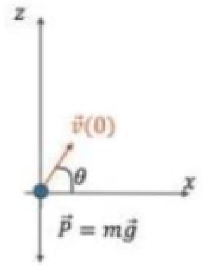


Obtenir la vitesse	• intégrer l'accélération par rapport au temps afin d'obtenir la vitesse: ○ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ ○ On obtient la vitesse en fonction du temps en intégrant l'accélération. • $a_x = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x(t) - v_x(0) = 0$ ○ $v_x(t) = v_x(0)$ • $a_y = 0 \Rightarrow \frac{dv_Y}{dt} = 0 \Rightarrow v_y(t) - v_y(0) = 0$ ○ $v_y(t) = v_y(0)$ • $a_z = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} =- g \Rightarrow v_z(t) - v_z(0) =- gt$ ○ $v_z(t) =- gt + v_z(0)$ Petit rappel d'intégrale: • Quelle fonction à une dérivée qui est égale à 0 ? ○ C'est une constante : Vx(0) ici • Quelle est la fonction dont la dérivée est une constante non nulle ? ○ C'est une fonction affine : -gt
Obtenir la position	• On intègre la vitesse • $v_x(t) = v_x(0) \Rightarrow x(t) = v_x(0)t + x(0)$ • $v_y(t) = v_y(0) \Rightarrow y(t) = v_y(0)t + y(0)$ • $v_z(t) =- gt + v_z(0) \Rightarrow z(t) =- \frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0)$ Rappel sur les intégrales: • La primitive d'une fonction affine est un polynome du 2nd degré

Chute libre avec un angle	
Exemple	On tire une balle depuis l'origine avec une vitesse initiales $\vec{v}(0)$ faisant un angle θavec l'horizontale, déterminer les composantes de la vitesse initiale, la hauteur atteinte, la vitesse du projectile lorsqu'il atteint son point le plus haut et la portée du tir $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$ 
Methode	
Etape 1: Trouver les composantes de la vitesse	• $v_x(t) = v \times cos(\theta) \Rightarrow x(t) = v \times cos(\theta)t$ • $v_z(t) =- gt + v \times sin(\theta) \Rightarrow z(t) =- \frac{1}{2}gt^2 + v \times sin(\theta)t$
Etape 2; trouver l'apogée (point le plus haut)	• Lorsque le projectile atteint sont apogée ○ $v_z(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{v \times sin(\theta)}{g}$ • On en déduit donc: ○ $z_{max} = - \frac{1}{2}g(\frac{v \times sin(\theta)}{g})^2 + v \times sin(\theta)\frac{v \times sin(\theta)}{g} = \frac{1}{2} \times \frac{v \times sin(\theta)}{g}$
Etape 3: Trouver le point le plus éloigné de la trajectoire (portée)	• Lorsque le point est le plus loins c'est qu'il est au sol (z=0) ○ $z = 0 \Rightarrow t = 2\frac{v \times sin(\theta)}{g}$ • On peut en deduire la portée ○ $x_{max} = vcos(\theta) \times 2\frac{v \times sin(\theta)}{g} = \frac{v^2}{g}sin2\theta$ • Conclusion : ○ la portée depend de v^2 ○ si $\theta = \frac{\pi}{4}$ alors la portée est maximale
Etape 4: Démontrer que la trajectoire est une parabole	• On exprime t en fonction de x on le remplace dans l'équation qui exprime z en fonction de t : $t = \frac{x}{vcos(\theta)}$ • $z(x) =- \frac{1}{2}\frac{g}{v^2cos(\theta)^2}x^2 + tan(\theta)x$ ○ c'est bien l'équation d'une parabole

Conclusion

conclusion



$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_x(0) \\ v_z(t) = -gt + v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_x(0)t + x(0) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z(0)t + z(0) \end{cases}$$

- On peut déduire de ces équation beaucoups de propriété du mouvement
- il faut savoir retrouver ces équation à partir de la RFD
- il faut bien maitriser les exemple discutés plus ceux qu’on verra en TD et en tuto (Important +++++)