



Chapitre 6: Dynamique

1.Relation fondamentale de la dynamique

Rappels chapitre 1

Relation fondamentale de la dynamique : 2nde loi de Newton

On établit un repère orthonormé :

- position en fonction du temps défini par un vecteur $\vec{R}$
- vitesse = dérivée du vecteur $\vec{R}$ (des coordonnées du vecteurs position)
- accélération = dérivée du vecteur vitesse (=dérivée 2nde de $\vec{R}$)

Donc on peut intégrer l'accélération pour trouver la vitesse à condition d'avoir la vitesse initiale et on peut intégrer la vitesse pour trouver la position à condition d'avoir la position initiale

$$\vec{r}(t) = \overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

$$\vec{ma} = \sum \vec{F}_{ext}$$

- On parle de point matériel (on oublie les dimensions et répartitions de masse)
- Si on connaît l'expression des forces extérieures alors on connaît l'accélération et on va pouvoir prédire exactement (avec une précision infinie) le mouvement (la dynamique)
- Si on connaît le mouvement avec une précision infinie alors on connaît l'accélération et donc on connaît les forces

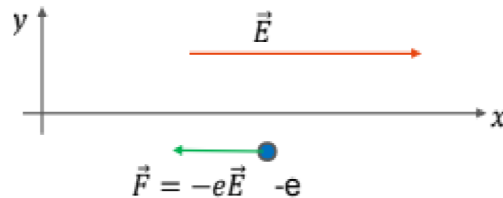


Exemple d'un électron

On considère un électron libre (charge $-e$, masse m_e) dans le vide soumis à un champ électrique, (dans la direction de l'axe x) constant dans le temps et homogène, c'est-à-dire indépendant de la position.

Quel est le mouvement de l'électron, ou se trouve-t'il après $1 \mu s$ ou après un temps quelconque ?

Seule la force de Coulomb s'exerce sur la charge (on néglige le poids) la relation fondamentale de la dynamique s'écrit donc



$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = -eE\vec{e}_x \quad \begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases}$$

intégrer l'accélération par temps afin d'avoir la vitesse

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} m_e \frac{dv_x}{dt} = -eE \\ m_e \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ m_e \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE}{m_e} \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) - v_x(0) = -\frac{eE}{m_e} t \\ v_y(t) - v_y(0) = 0 \\ v_z(t) - v_z(0) = 0 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e} t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases} \end{aligned}$$

Exemple

Où se trouve l'e- après $1 \mu s$

$$E = 1 \frac{V}{m \times m_e} = 9,1 \times 10^{-31} kg.e = 1,6 \times 10^{-19} C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{1,6}{2 \times 9,1} \times \frac{10^{-19}}{10^{-31}} = 0,0879 \times 10^{12}$$

$$\simeq 0,09 \times 10^{12} m.s^{-1}$$

$$\Rightarrow t^2 = 10^{-12} s^2$$

$$1 \mu s = 10^{-6} s$$

$$\left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} x = 1 - 0,09 \times 10^{12} \times 10^{-12} = 0,91 m$$



Quelle vitesse à l'e- apres avoir parcouru 1m?	• D'apres les condition initiales: $x_0 = 1$ • e- se vers la gauche (sens des x Décroissant) , donc après 1m il se trouve à $x=0$ • on calcule le temps pour lequel $x=0$
intégrer la vitesse par temps afin d'avoir la position	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ \frac{dy}{dt} = v_y(0) \\ \frac{dz}{dt} = v_z(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) - x(0) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t \\ y(t) - y(0) = v_y(0)t \\ z(t) - z(0) = v_z(0)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$
Intégration une 1ère fois =obtention de la vitesse Intégration une 2e fois = obtention de la position	vitesse $\begin{cases} m_e a_x = -eE \\ m_e a_y = 0 \\ m_e a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0) \\ v_y(t) = v_y(0) \\ v_z(t) = v_z(0) \end{cases}$ position $\Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0) \\ y(t) = v_y(0)t + y(0) \\ z(t) = v_z(0)t + z(0) \end{cases}$
2.Conditions initiales	
Définition	Aussi appelées constantes d'intégration, les conditions initiales sont les valeurs de $v(x)$, $v(y)$, $v(z)$ et de x, y, z à $t=0$ • $m_e a_x = -eE$ ○ $v_x(t) = -\frac{eE}{m_e}t + v_x(0)$ ■ $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 + v_x(0)t + x(0)$ • $m_e a_y = 0$ ○ $v_y(t) = v_y(0)$ ■ $y(t) = v_y(0)t + y(0)$ • $m_e a_z = 0$ ○ $v_z(t) = v_z(0)$ ■ $z(t) = v_z(0)t + z(0)$



Exemple	Absolument à spécifier pour décrire entièrement le mouvement ! Ici : - à $t=0$, l'électron a une vitesse nulle : $v_x(0) = v_z(0) = v_y(0) = 0$ - et à une position : $x(0)=1\text{m}$, $y(0)=0$, $z(0)=0$ - il se situe sur l'axe x Avec ça, on va pouvoir écrire : $x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 + 1$ $t = \sqrt{\frac{2m_e}{Ee}}$ $y(t) = 0$ $z(t) = 0$ Pour trouver sa vitesse : - on remplace la valeur de t trouver avant - et les valuer numérquie en valeur absolut $v_x(t) = -\frac{eE}{m_e} \sqrt{\frac{2m_e}{Ee}} = -\sqrt{2} \sqrt{\frac{eE}{m_e}}$ $v = v_x = 0,592 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$
Quelle est Ec de cette particules?	$Ec = \frac{1}{2} m v^2$ $Ec = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}$

C'est tout à fait normal de ne rien comprendre au début. Je te conseille de relire le rédigé tranquillement, au moins une fois et de faire plein d'exos! Ça va aller assez vite au tuto, n'aie pas peur, tout le monde galère! Courage, accroche toi! :)